

ΘΕΜΑ 4-5285 (5+10+10)

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (1)$$

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \quad (2)$$

α) Να λύσω πω (1)

$$(1) \Leftrightarrow (x=1 \vee x=2)$$

β) Να λύσω πω (2)

$$(2) \stackrel{x^2=y}{\Leftrightarrow} y^2 - 3y + 2 = 0 \stackrel{(\alpha)}{\Leftrightarrow} (y=1 \vee y=2) \stackrel{x^2=y}{\Leftrightarrow} (x^2=1 \vee x^2=2)$$

$$\Leftrightarrow (x=-1 \vee x=1 \vee x=-\sqrt{2} \vee x=\sqrt{2})$$

γ) Να βρω τριώνιο πω τριώνιο  $x^2 + bx + \gamma$ , που οι ριζές του να είναι ριζές πω (2) και  $\forall x < 0$  να είναι θετικό. Έστω  $x_1, x_2$  οι ριζές του τριωνίου, με  $x_1 < x_2$ .

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$x^2 + bx + \gamma$	+	-	+	+

Αν  $x_1 < 0$ , τότε για  $x \in (x_1, 0)$ , θα είναι  $f(x) < 0 \rightarrow$  ΑΣΩΣ

Αρα πρέπει  $x_1 > 0$  και προφανώς οι ριζές θα είναι  $x_1=1, x_2=\sqrt{2}$

$$(S) \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{1} \Rightarrow 1 + \sqrt{2} = -b \Rightarrow b = -(1 + \sqrt{2}) \\ (P) \ x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{1} \Rightarrow 1 \cdot \sqrt{2} = \gamma \Rightarrow \gamma = \sqrt{2} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} \end{array} \right.$$