1963

α) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = \lambda x + (1-\lambda) \Leftrightarrow x^2 - \lambda x + (\lambda - 1) = 0 \quad (1)$

$\Delta = \lambda^2 - 4(\lambda - 1) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \geq 0$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

άρα οι C_f, C_g έχουν τουλάχιστον ένα κοινό σημείο

β) Πρέπει : $\Delta = 0 \overset{\alpha}{\Longleftrightarrow} (\lambda - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$

Τότε: $f(x) = g(x) \overset{\lambda=2}{\Longleftrightarrow} x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = f(1) = 1^2 = 1$

άρα το κοινό σημείο είναι το $(1,1)$

γ) $x_1 + x_2 = S = -\frac{\beta}{\alpha} \overset{(1)}{=} -\frac{(-\lambda)}{1} = \lambda$

Τότε:

$(x_1 + x_2)^2 = |x_1 + x_2| + 2 \Leftrightarrow S^2 = |S| + 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \lambda^2 = |\lambda| + 2 \Leftrightarrow |\lambda|^2 - |\lambda| - 2 = 0$

Θέτω: $|\lambda| = \omega$. Τότε : $\omega^2 - \omega - 2 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0$

$\omega_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $\nearrow \omega_1 = \frac{4}{2} = 2$, $\searrow \omega_2 = -\frac{2}{2} = -1$

Άρα: $|\lambda| = 2$ ή $|\lambda| = -1$

$\lambda = 2$ ή $\lambda = -2$ αδύνατη!

Τηλ./Fax: 210.62.19.712, Τηλ: 210.6218.894 www.apolito.gr – e-mail:info@apolito.gr
Λεωφόρος Μαραθώνος &Χρυσοστόμου Σμύρνης 3, **14565 ΑΓΙΟΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ**