

1955

α) i) $|t_A - t_D| = |t_B - t_D| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t_A - t_D = t_B - t_D \quad \text{ή} \quad t_A - t_D = -t_B + t_D$

$\Leftrightarrow t_A = t_B \quad \text{ή} \quad t_A + t_B = 2t_D$

\Leftrightarrow αδιευατό, αφού $t_A < t_B$ ή $t_D = \frac{t_A + t_B}{2}$

ii) Από το (i) αφού $t_D = \frac{t_A + t_B}{2}$ έχουμε:

$t_A < t_B \xrightarrow{+t_A} 2t_A < t_A + t_B \xrightarrow{:2} t_A < \frac{t_A + t_B}{2} \Leftrightarrow t_A < t_D$ και

$t_A < t_B \xrightarrow{+t_B} t_A + t_B < 2t_B \xrightarrow{:2} \frac{t_A + t_B}{2} < t_B \Leftrightarrow t_D < t_B$

Επίσης:

$t_D < t_r \xrightarrow{(i)} \frac{t_A + t_B}{2} < \frac{t_A + 2t_B}{3} \xrightarrow{:6} 3t_A + 3t_B < 2t_A + 4t_B \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t_A < t_B$ που ισχύει! και

$t_r < t_B \Leftrightarrow \frac{t_A + 2t_B}{3} < t_B \xrightarrow{:3} t_A + 2t_B < 3t_B \Leftrightarrow t_A < t_B$ που ισχύει!

Οπότε: $t_A < t_D < t_r < t_B$

β) i) $t_A + t_B = 6 \Leftrightarrow S = 6$ και $t_A \cdot t_B = 8 \Leftrightarrow P = 8$

Άρα: $x^2 - 5x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0.$

ii) $x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 > 0$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4$ και εφόσον $t_A < t_B$

$\rightarrow x_2 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Άρα: $t_A = 2 \text{ min}$ και $t_B = 4 \text{ min}$

Οπότε: $t_r = \frac{t_A + 2t_B}{3} = \frac{2 + 2 \cdot 4}{3} = \frac{10}{3} \approx 3,66 \text{ min}$ και

$t_D = \frac{t_A + t_B}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3,5 \text{ min}$