

3697

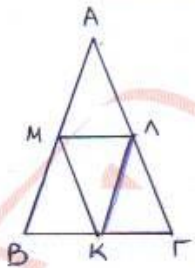
ΘΕΜΑ 4

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με κορυφές τα μέσα πλευρών ισοσκελούς τριγώνου είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Να διατυπώσετε και να αποδείξετε ανάλογη πρόταση για

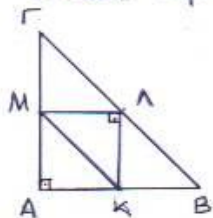
- i. ισόπλευρο τρίγωνο. (Μονάδες 8)
- ii. ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 9)

α)



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{M μέσο AB} \\ \text{K μέσο BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{MK} = \frac{1}{2} \text{AG} \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{K μέσο BC} \\ \text{Λ μέσο AG} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ΛK} = \frac{1}{2} \text{AB} \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{MK} = \frac{1}{2} \text{AG} \\ \text{ΛK} = \frac{1}{2} \text{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{MK} = \text{ΛK}
 \end{aligned}$$

- β) i) Το τρίγωνο με κορυφές τα μέσα ^{πλευρών} ισοπλευρού τριγώνου είναι ισοπλευρό
 (Απόδειξη Ανάλογη με (α))
- ii) Το ~~ο~~ τρίγωνο με κορυφές τα μέσα ^{πλευρών} ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{ML} = \frac{1}{2} \text{AB} = \text{AK} \\ \text{ΛK} = \frac{1}{2} \text{AG} = \text{AM} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\text{AMK}} = \hat{\text{MKΛ}} \\
 & \text{MK κοινή} \\
 & \text{οπότε } \hat{\Lambda} = \hat{A} = 90^\circ
 \end{aligned}$$

Άρα $\hat{\text{MKΛ}}$ ορθογώνιο και ισοσκελές.