2796

απόλυτο
εκπαιδευτικός οργανισμός

ΘΕΜΑ 4

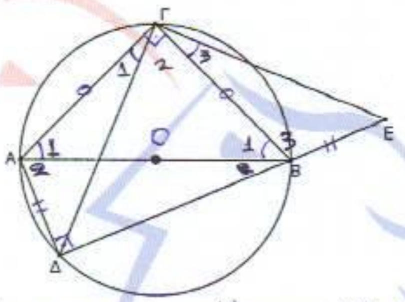
Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο, και έστω ΑΒ μια διάμετρος του, Γ το μέσο του ενός ημικυκλίου του και Δ τυχαίο σημείο του άλλου. Στην προέκταση της ΔΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε ώστε ΒΕ=ΑΔ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα. (Μονάδες 8)

ii. Η ΓΔ είναι κάθετη στην ΓΕ. (Μονάδες 8)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί, στην περίπτωση που το σημείο Δ είναι το αντιδιαμετρικό του Γ, η ΓΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου. (Μονάδες 9)



α) (i) Αφού Γ: μέσο του ημικυκλίου $\Rightarrow A\Gamma = B\Gamma$ & $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 45^\circ$
αφού $A\hat{\Gamma}B = 90^\circ$ (εγγεγ. σε ημικύκλιο)).

$\hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{B}_2$, $\hat{A}_{1,2} = 45^\circ + 90^\circ - \hat{B}_2 = 135^\circ - \hat{B}_2$
$\hat{B}_3 = 180^\circ - \hat{B}_1 - \hat{B}_2 = 135^\circ - \hat{B}_2$
$\Rightarrow \hat{B}_3 = \hat{A}_{12}$

$\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma} = \overset{\triangle}{BE\Gamma}$ ($A\Delta = BE$, $A\Gamma = B\Gamma$, $\hat{A}_{12} = \hat{B}_3$)

(ii) Από το (i) $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_3$
$\hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2 = 90^\circ$
$\Rightarrow \hat{\Gamma}_2 + \hat{\Gamma}_3 = 90^\circ$ ή $\Delta\hat{\Gamma}E = 90^\circ$

β) Αφού $\Delta\hat{\Gamma}E = 90^\circ \Rightarrow \Gamma E$: εφαπτομένη

$\Gamma\Delta = 2R$

Τηλ./Fax: 210.62.19.712, Τηλ.: 210.62.18.894 www.apolito.gr - e-mail: info@apolito.gr
Λεωφόρος Μαραθώνος & Χρυσοστόμου Σμύρνης 3, 14565 ΑΓΙΟΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ