

2792

ΘΕΜΑ 4

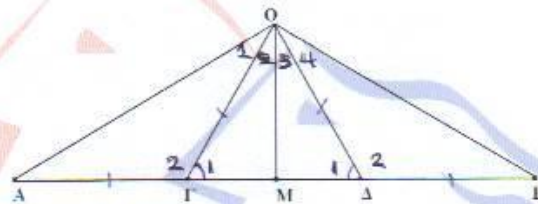
Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και στο εσωτερικό του θεωρούμε τα σημεία  $\Gamma, \Delta$  ώστε να ισχύει  $AG = \Gamma\Delta = \Delta B$ . Επίσης θεωρούμε σημείο  $O$  εκτός του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$  έτσι ώστε να ισχύουν  $OG = AG$  και  $OD = \Delta B$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η γωνία  $\hat{G}\hat{O}\hat{\Delta}$  είναι  $60^\circ$  (Μονάδες 9)  
ii. οι γωνίες  $\hat{O}\hat{A}\hat{\Gamma}$ ,  $\hat{O}\hat{\Delta}\hat{B}$  είναι ίσες και κάθε μια ίση με  $30^\circ$ . (Μονάδες 9)

β) Αν  $M$  το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ , να αποδείξετε ότι  $2OM = OA$ .

(Μονάδες 7)



$$\text{α) } AG = \Gamma\Delta = \Delta B = OG = OD$$

$$\text{(i) } \hat{G}\hat{O}\hat{\Delta}: \text{ισοήμετρο αφού } \Gamma\Delta = OD = OG \text{ άρα } \hat{G}\hat{O}\hat{\Delta} = 60^\circ$$

$$\text{(ii) } \hat{\Gamma}_2 = \hat{\Delta}_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Αφού } \hat{O}\hat{A}\hat{\Gamma}, \hat{O}\hat{\Delta}\hat{B} \text{ ισοσκελή } \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{O}_1 = \hat{O}_4 = 30^\circ$$

$$\text{β) Στο } \hat{O}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} \text{ η } OM: \text{ύψος ραδιόμετρος ρ διχοτόμος } \Rightarrow$$

$$\text{στο ορθογώνιο } \hat{A}\hat{M}\hat{O} \text{ αφού } \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OM = \frac{OA}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2OM = OA$$