

2789

ΘΕΜΑ 4

Σε μια τάξη της Α' Λυκείου στο μάθημα της Γεωμετρίας ο καθηγητής έδωσε στους μαθητές του το παρακάτω πρόβλημα:

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και μία ευθεία (ϵ) που διέρχεται από την κορυφή A και είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η εξωτερική γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου είναι υπλάσια της εσωτερικής γωνίας \hat{A} .

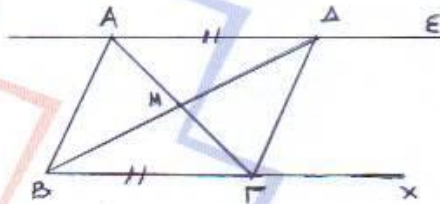
Ζητείται, χωρίς την βοήθεια γεωμετρικών οργάνων, να χαραχθεί η διάμεσος BM του τριγώνου και η διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας $\hat{\Gamma}$.

Ο καθηγητής για να διευκολύνει τους μαθητές του, έδωσε την εξής υπόδειξη:

«Αν πάρω στην ευθεία (ϵ) , στο ημιεπίπεδο (AB, Γ) ένα σημείο Δ τέτοιο ώστε $\Lambda\Delta = B\Gamma$ τότε:

- α) η $B\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο μέσο M , (Μονάδες 12)
β) η $\Gamma\Delta$ είναι η ζητούμενη διχοτόμος. (Μονάδες 13)

Μπορείτε να δικαιολογήσετε τους ισχυρισμούς αυτούς;



- α) $A\Delta = B\Gamma$ οπότε $A\Delta\Gamma B \#$ και οι διαγωνιστοί του $A\Gamma, B\Delta$ διχοτομούνται
- β) $\hat{A} = \hat{A}\Gamma\Delta$ ως εξής εναλλάξ.
 $\hat{\Gamma\epsilon\zeta} = 2\hat{A}$
 $\hat{\Delta\Gamma\chi} = \hat{\Gamma\epsilon\zeta} - \hat{A}\Gamma\Delta = 2\hat{A} - \hat{A} = \hat{A}$
 άρα $\Gamma\Delta$ διχοτόμος της $\hat{\Gamma\epsilon\zeta}$