ΣΥΖΥΓΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ή ΡΗΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΝΟΜΑΣΤΗ
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΕ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{2}{\sqrt[7]{3^4}} = \frac{2\cdot\sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[7]{3^4}\cdot\sqrt[7]{3^3}} = \frac{2\cdot\sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[7]{3^4\cdot 3^3}} = \frac{2\sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[7]{3^7}} = \frac{2\sqrt[7]{3^3}}{3}$

Παράδειγμα

Αν $x \neq 0$, να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρανομαστή.

Σκεπτόμαστε να πολλαπλασιάσουμε αριθμητή και παρανομαστή με $\sqrt[3]{x}$ αλλά δεν ξέρουμε, αν ορίζεται η ρίζα $\sqrt[3]{x}$, αφού αυτό συμβαίνει μόνο όταν $x \geq 0$. Γι' αυτό εργαζόμαστε ως εξής:

- Αν $x > 0$ τότε:

  $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{x\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{x}} = \frac{x\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2\cdot x}} = \frac{x\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{x\sqrt[3]{x}}{x} = \sqrt[3]{x}$ ή πιο

  γρήγορα: $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[3]{x^2}} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{x^2}} = \sqrt[3]{x}$

- Αν $x < 0$ τότε: $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{x\cdot\sqrt[3]{-x}}{\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{-x}} = \frac{x\cdot\sqrt[3]{-x}}{\sqrt[3]{x^2\cdot(-x)}} = \frac{x\sqrt[3]{-x}}{\sqrt[3]{-x^3}} =$

  $= \frac{x\sqrt[3]{-x}}{\sqrt[3]{(-x)^3}} = \frac{x\sqrt[3]{-x}}{-x} = -\sqrt[3]{-x}$ ή πιο γρήγορα:

  $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-(-x)}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-\sqrt[3]{(-x)^3}}{\sqrt[3]{x^2}} = -\sqrt[3]{\frac{-x^3}{x^2}} = -\sqrt[3]{-x}$.

3. $\frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{5\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{5(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{5(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$

$\frac{3}{\sqrt{2}+1} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2})^2-1^2} = 3\cdot(\sqrt{2}-1)$

Εδώ κάναμε χρήση της ταυτότητας : $(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta) = \alpha^2-\beta^2$.

Τηλ./Fax: 210.62.19.712, Τηλ: 210.6218.894 www.apolito.gr – e-mail:info@apolito.gr
Λεωφόρος Μαραθώνος &Χρυσοστόμου Σμύρνης 3, **14565 ΑΓΙΟΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ**

4. $$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{2}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)+\sqrt{2}}=\frac{2\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)-\sqrt{2}\right]}{\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)+\sqrt{2}\right]\cdot\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)-\sqrt{2}\right]}=$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{7}+\left(\sqrt{7}\right)^2-2}=$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{10+2\sqrt{35}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5+\sqrt{35}}=\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(5-\sqrt{35}\right)}{\left(5+\sqrt{35}\right)\cdot\left(5-\sqrt{35}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(5-\sqrt{35}\right)}{5^2-\left(\sqrt{35}\right)^2}=-\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(5-\sqrt{35}\right)}{10}$$

5. $$\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}=\frac{\sqrt[3]{3}^2+\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}^2}{\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{3}^2+\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}^2\right)}=\frac{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^3-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3}=\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}+1}=\frac{\sqrt[3]{5}^2-\sqrt[3]{5}\cdot 1+1^2}{\left(\sqrt[3]{5}+1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{5}^2-\sqrt[3]{5}\cdot 1+1^2\right)}=\frac{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1}{\left(\sqrt[3]{5}\right)^3+1^3}=\frac{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1}{6}$$

Εδώ κάναμε χρήση των ταυτοτήτων :

$$\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)\cdot\left(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2\right)$$

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)\cdot\left(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2\right)$$

6.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt[3\cdot 2]{7^2}-\sqrt[2\cdot 3]{2^3}}=\frac{1}{\sqrt[6]{49}-\sqrt[6]{8}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt[6]{49}^5+\sqrt[6]{49}^4\cdot\sqrt[6]{8}+\sqrt[6]{49}^3\cdot\sqrt[6]{8}^2+\sqrt[6]{49}^2\cdot\sqrt[6]{8}^3+\sqrt[6]{49}\cdot\sqrt[6]{8}^4+\sqrt[6]{8}^5\right)}{\left(\sqrt[6]{49}-\sqrt[6]{8}\right)\cdot\left(\sqrt[6]{49}^5+\sqrt[6]{49}^4\cdot\sqrt[6]{8}+\sqrt[6]{49}^3\cdot\sqrt[6]{8}^2+\sqrt[6]{49}^2\cdot\sqrt[6]{8}^3+\sqrt[6]{49}\cdot\sqrt[6]{8}^4+\sqrt[6]{8}^5\right)}$$

$$=\frac{\sqrt[6]{49}^5+\sqrt[6]{49}^4\cdot\sqrt[6]{8}+\sqrt[6]{49}^3\cdot\sqrt[6]{8}^2+\sqrt[6]{49}^2\cdot\sqrt[6]{8}^3+\sqrt[6]{49}\cdot\sqrt[6]{8}^4+\sqrt[6]{8}^5}{\left(\sqrt[6]{49}\right)^6-\left(\sqrt[6]{8}\right)^6}$$

Εδώ κάναμε χρήση της ιδιότητας : $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}=\sqrt[\nu\cdot\rho]{\alpha^{\mu\cdot\rho}}$ **και της ταυτότητας :**

$$\alpha^6-\beta^6=(\alpha-\beta)\cdot\left(\alpha^5+\alpha^4\cdot\beta+\alpha^3\cdot\beta^2+\alpha^2\cdot\beta^3+\alpha\beta^4+\beta^5\right)$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΠΑΤΖΑΚΑΣ ΜΙΧΑΛΗΣ
ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ ΓΙΑΝΝΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ