

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

1) Το ιδανικό και μονοατομικό αέριο μιας θερμικής μηχανής υφίσταται κυκλική μεταβολή, η οποία αποτελείται από τις εξής επιμέρους αντιστρεπτές μεταβολές:

A. Ισόθερμη εκτόνωση AB.

B. Ισοβαρή ψύξη ΒΓ.

Γ. Ισόχωρη θέρμανση ΓΑ κατά την οποία η πίεση του αερίου διπλασιάζεται.

α) Να σχεδιάσετε τον κύκλο της μηχανής σε διάγραμμα p-V και να βρείτε τον λόγο των όγκων V_B και V_Γ .

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2} W_{B\Gamma}$

γ) Να υπολογίσετε την απόδοση της μηχανής.

Δίνεται $\ln 2 = 0,7$, $C_p = \frac{5}{2} R$.

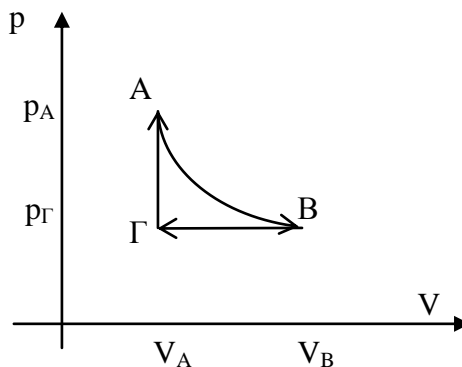
ΛΥΣΗ

α) Στην ισόχωρη μεταβολή ισχύει $\frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{p_A}{p_\Gamma} \Leftrightarrow \frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{2p_\Gamma}{p_\Gamma} = 2 \Leftrightarrow T_A = 2T_\Gamma$ (1)

Επίσης $T_A = T_B \xrightarrow{(1)} 2T_\Gamma = T_B$ (2)

Στην ισοβαρή ΒΓ ισχύει $\frac{V_B}{V_\Gamma} = \frac{T_B}{T_\Gamma} \xrightarrow{(2)} \frac{V_B}{V_\Gamma} = \frac{2T_\Gamma}{T_\Gamma} \Leftrightarrow \frac{V_B}{V_\Gamma} = 2$ (3)

Για το διάγραμμα p-V έχουμε:



β) Γνωρίζουμε ότι

$$C_p = C_v + R \Leftrightarrow C_v = C_p - R \Leftrightarrow C_v = \frac{5}{2}R - R \Leftrightarrow C_v = \frac{3}{2}R$$

Επίσης ισχύουν οι σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{B\Gamma} &= nC_v(T_\Gamma - T_B) \\ W_{B\Gamma} &= p_\Gamma(V_\Gamma - V_B) \rightarrow W_{B\Gamma} = nR(T_\Gamma - T_B) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\Delta U_{B\Gamma}}{W_{B\Gamma}} = \frac{C_v}{R} = \frac{\frac{3}{2}R}{R} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2} W_{B\Gamma}$$

γ) Η μηχανή απορροφά θερμότητα στις μεταβολές ΓΑ και ΑΒ ενώ αποβάλλει θερμότητα στη μεταβολή ΒΓ. Δηλαδή

$$Q_h = Q_{GA} + Q_{AB} \text{ και } |Q_c| = |Q_{BG}|$$

Για την απόδοση της μηχανής έχουμε

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_{BG}|}{Q_{GA} + Q_{AB}} = 1 - \frac{nC_p (T_B - T_\Gamma)}{nC_v (T_A - T_\Gamma) + nRT_A \ln \frac{V_B}{V_\Gamma}}$$

Λόγω των σχέσεων (1),(2) και (3) που έχουμε από τα προηγούμενα ερωτήματα προκύπτει

$$e = 1 - \frac{\frac{5}{2}RT_\Gamma}{\frac{3}{2}RT_\Gamma + R2T_\Gamma \ln 2} = 1 - \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2} + 2 \cdot 0,7} = 1 - \frac{2,5}{2,9} = \frac{0,4}{2,9} \Leftrightarrow e = \frac{4}{29}$$

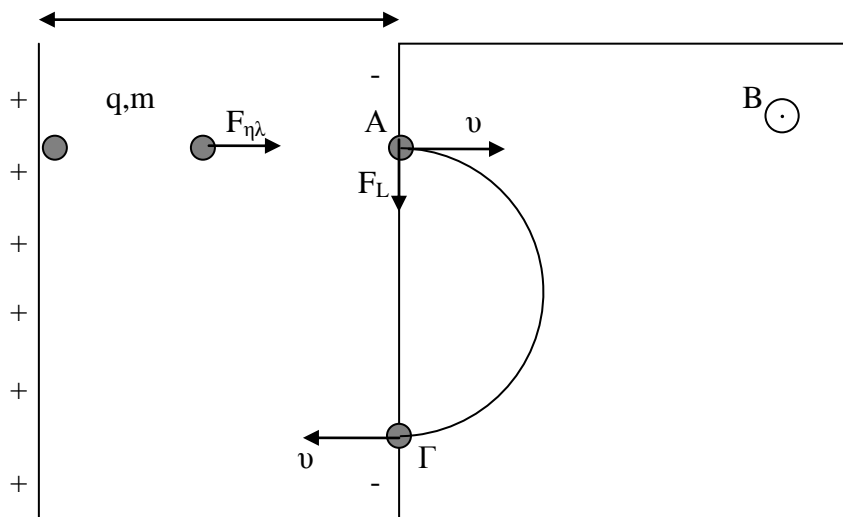
2) Ένα θετικό ιόν μάζας $m=10^{-19}\text{kg}$ και φορτίου $q=8 \cdot 10^{-8}\text{C}$ επιταχύνεται από την ηρεμία από διαφορά δυναμικού $V=10^3\text{V}$ και στη συνέχεια μπαίνει μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B=10^{-4}\text{T}$ κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Μέσα στο πεδίο το ιόν διαγράφει ημιπερίφεια διαμέτρου d .

A) Να βρείτε τη ταχύτητα v , του ιόντος όταν εξέρχεται από το Ο.Η.Π. καθώς και την ακτίνα της κυκλικής του τροχιάς στο Ο.Μ.Π.

B) Να βρείτε ακόμα το χρόνο που διαρκεί η κίνηση μέσα στο Ο.Μ.Π. καθώς και τη μεταβολή της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ιόντος στο συγκεκριμένο πεδίο.

Δίνεται ότι το βάρος του ιόντος είναι αμελητέο.

ΛΥΣΗ



A) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) για την κίνηση του ιόντος στο ΟΗΠ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{Fηλ}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 = qV \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \Leftrightarrow v = 4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για την κίνηση στο μαγνητικό πεδίο γνωρίζουμε ότι

$$R = \frac{m v}{B q} \Leftrightarrow R = 0,5 \text{ m} .$$

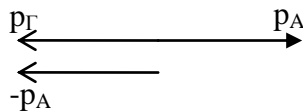
Β) Το ιόν διαγράφει ημικύκλιο στο μαγνητικό πεδίο επομένως ο χρόνος παραμονής του μέσα σ' αυτό είναι ίσος με $\frac{T}{2}$ όπου T η περίοδος της κυκλικής τροχιάς. Επομένως

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m}{B q} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\pi}{8} \cdot 10^{-7} \text{ s} .$$

Για την μεταβολή της ορμής του σωματιδίου δουλεύουμε ως εξής:
Πρέπει να υπολογίσουμε το μέτρο του διανύσματος της μεταβολής της ορμής,

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\Gamma} - \vec{p}_{\Lambda} \Leftrightarrow \Delta \vec{p} = \vec{p}_{\Gamma} + (-\vec{p}_{\Lambda})$$

Με βάση το σχήμα



Για τα μέτρα των ορμών ισχύουν
 $p_{\Lambda} = p_{\Gamma} = m v$ και $\Delta p = 2 m v$

βλέπουμε ότι τα διανύσματα \vec{p}_{Γ} και $-\vec{p}_{\Lambda}$ είναι ομόρροπα και έχουν το ίδιο μέτρο καθώς το μέτρο της ταχύτητας του ιόντος δεν αλλάζει κατά την κίνηση του στο μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο του διανύσματος $\Delta \vec{p}$ είναι λοιπόν

$$|\Delta \vec{p}| = m v + m v = 2 m v = 8 \cdot 10^{-12} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και η φορά του είναι ίδια με τη φορά του}$$

διανύσματος της τελικής ορμής.

Το μέτρο της ταχύτητας του ιόντος δεν αλλάζει κατά την κίνηση του στο μαγνητικό πεδίο. Επομένως και η κινητική του ενέργεια θα είναι συνεχώς σταθερή. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ιόντος λοιπόν στο ΟΜΠ είναι μηδέν.