

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο α.α.τ. που έχουν την ίδια συχνότητα, την ίδια διεύθυνση και την ίδια θέση ισορροπίας και οι εξίσώσεις τους είναι $x_1=5\eta\mu 2\pi t$ και $x_2=5\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2\pi t$ (x σε cm). Η εξίσωση της επιτάχυνσης της συνισταμένης κίνησης στο S.I. είναι:

α. $a=-4\eta\mu 2\pi t$ β. $a=-4\eta\mu(2\pi t+\pi/2)$ γ. $a=-4\eta\mu(2\pi t+\pi/3)$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. ($\pi^2=10$)

Απάντηση.

Κάθε χρονική στιγμή η απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας θα είναι αποτέλεσμα της αρχής της επαλληλίας(ανεξαρτησίας), δηλαδή θα ισχύει:

$$x=x_1+x_2 \text{ όπου } x_1=5\eta\mu 2\pi t \text{ και } x_2=5\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t+\pi/2) \text{ ή } x=A\eta\mu(\omega t+\theta)$$

$$\text{όπου } A=\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ και } \epsilon\varphi\theta=\frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1+A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

$$\text{Είναι: } A_1=5 \text{ cm, } A_2=5\sqrt{3} \text{ cm, } \omega=2\pi \text{ rad/s και } \varphi=\pi/2 \text{ rad}$$

Από τος παραπάνω σχέσεις προκύπτουν:

$$A=\sqrt{25 + 75 + 50\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2})} \rightarrow A=\sqrt{100} \rightarrow A=10 \text{ cm}$$

$$\text{και } \epsilon\varphi\theta=\frac{5\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3} \rightarrow \theta=\pi/3 \text{ rad}$$

$$\text{Τελικά θα είναι: } x=0.1\eta\mu(2\pi t+\pi/3) \text{ στο (S.I.) και } a=-\omega^2x=-4\eta\mu(2\pi t+\pi/3)$$

Σωστή η γ.

2. Κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα κύμα προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, με μήκος κύματος $\lambda=2 \text{ m}$. Ένα υλικό σημείο Σ κάποια χρονική στιγμή έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις. Ποια η φάση ενός άλλου υλικού σημείου Μ, που βρίσκεται αριστερά του Σ' και σε απόσταση 0,5 m από αυτό;

α. $5.5\pi \text{ rad}$ β. $6\pi \text{ rad}$ γ. $6.5\pi \text{ rad}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Το υλικό σημείο Σ έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις δηλαδή έχει περάσει χρόνος 2,5 T από την στιγμή που έφτασε σε αυτό η διαταραχή. Άρα εκείνη την στιγμή η φάση του είναι $\varphi_\Sigma=\omega \cdot t=\frac{2\pi}{T} \cdot 2.5 T=5\pi \text{ rad}$.

Επειδή το υλικό σημείο Μ βρίσκεται αριστερά του Σ και το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, επομένως από το Μ προς το Σ, την ίδια χρονική στιγμή το Μ έχει μεγαλύτερη φάση από το Σ. Άρα θα είναι:

$$\Delta\varphi=\varphi_M-\varphi_\Sigma=2\pi \cdot \Delta x/\lambda \rightarrow \varphi_M=2\pi \cdot \Delta x/\lambda+\varphi_\Sigma \rightarrow \varphi_M=5.5\pi \text{ rad}$$

Σωστή η α.

3. Μια μικρή σφαίρα μάζας m_2 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας m_1 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών m_1/m_2 των δύο σφαιρών είναι:

α. 1 β. 3 γ. 2

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Επειδή η κρούση είναι μετωπική ελαστική με τη σφαίρα m_1 ακίνητη πριν τη κρούση

$$u_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

θα ισχύει:

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2$$

(προσοχή στις σχέσεις, πως αλλάζουν ανάλογα με ποια μάζα κινείται πριν την κρούση).

Πρέπει $u_2 = -u_1$ άρα:

$$\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 = -\frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \rightarrow m_2 - m_1 = -2m_2 \rightarrow 3m_2 = m_1 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

Σωστή η β.

4. Δυο ηχητικές πηγές Π_1 και Π_2 εκπέμπουν κύματα με ίσες συχνότητες f_s και βρίσκονται εκατέρωθεν ενός ακίνητου παρατηρητή που δέχεται ηχητικά κύματα και από τις δύο πηγές. Η πηγή Π_1 είναι ακίνητη, ενώ η πηγή Π_2 κινείται προς τον παρατηρητή με ταχύτητα μέτρου $v_2 = v_{\eta\chi.}/25$, πάνω στην ευθεία που διέρχεται από τις δύο πηγές. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται διακροτήματα συχνότητας:

α. $f_\delta = f_s/26$ β. $f_\delta = f_s/24$ γ. $f_\delta = f_s/25$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται δύο ήχους με συχνότητες:

$f_{A1} = f_s$ επειδή η πηγή Π_1 είναι ακίνητη και

$f_{A2} = \frac{u_{\eta\chi.}}{u_{\eta\chi.} - v_s} f_s$ επειδή η πηγή Π_2 κινείται προς τον παρατηρητή.

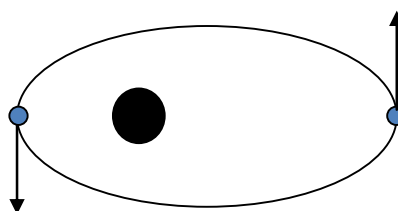
$$\text{ή } f_{A2} = \frac{u_{\eta\chi.}}{u_{\eta\chi.} - \frac{u_{\eta\chi.}}{25}} f_s \rightarrow f_{A2} = \frac{25}{24} f_s$$

Οι δύο συχνότητες διαφέρουν λίγο μεταξύ τους και επομένως αντιλαμβάνεται διακροτήματα με συχνότητα:

$$f_\delta = f_{A2} - f_{A1} = \frac{25}{24} f_s - f_s = f_s/24$$

Σωστή η β.

5. Κατά την ετήσια περιφορά της Γης γύρω από τον Ήλιο, όταν η Γη βρίσκεται στο περιήλιο η ταχύτητα της είναι v_1 και η απόσταση από τον Ήλιο R_1 , ενώ όταν βρίσκεται στο αφήλιο οι αντίστοιχες τιμές είναι v_2 και R_2 με $R_2 = 4R_1$.



Τότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών της Γης όταν βρίσκεται στο περιήλιο και στο αφήλιο K_1/K_2 ικανοποιεί τη σχέση:

α. $K_1/K_2=16$ β. $K_1/K_2=8$ γ. $K_1/K_2=4$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Να θεωρήσετε την Γη ως σημειακό αντικείμενο.

Απάντηση.

Η στροφορμή της Γης - τόσο κατά την ιδιοπεριστροφή της όσο και κατά την περιφορά της γύρω από τον ήλιο - παραμένει σταθερή επειδή η βαρυτική δύναμη που της ασκεί ο Ήλιος δεν δημιουργεί ροπή περί τον άξονα περιστροφής της αφού ο φορέας της δύναμης διέρχεται από το κέντρο της μάζας της.

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της στροφορμής όταν περνάει από το αφήλιο και το περιήλιο θα είναι:

$$L_{περ.} = L_{αφηλ.} \rightarrow M_{Γ} u_{π} R_1 = M_{Γ} u_{α} R_2 \rightarrow \frac{u_{π}}{u_{α}} = \frac{R_2}{R_1} = 4$$

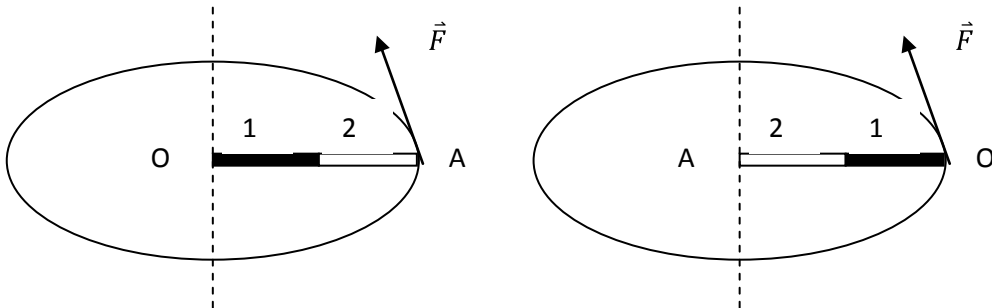
Άρα και ο λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} M_{Γ} u_{π}^2}{\frac{1}{2} M_{Γ} u_{α}^2} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = 16$$

Σωστή η α.

6.

Μια ράβδος ... δύο υλικά



Ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους 1 και μάζας m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται είτε από το άκρο της Ο, είτε από το άκρο της Α. Η ράβδος αποτελείται από δύο διαφορετικά υλικά. Το υλικό 2 έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το υλικό 1. Τα δύο υλικά καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη και τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούμε πάνω της μια οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F, κάθετη στη ράβδο, οπότε η ράβδος περιστρέφεται κατά γωνία 2π . Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της είναι της μορφής $I = kMI^2$.

Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου είναι μεγαλύτερη στην πρώτη ή στην δεύτερη περίπτωση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Εφαρμόζω ΘΜΚΕ από την $t=0$ μέχρι τη στιγμή που η ράβδος έχει περιστραφεί κατά 2π

$$K_{\tau} - K_{\alpha} = \Sigma W$$

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = F l 2\pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4F\pi l}{I}} \quad (1)$$

Αφού $d_3 > d_1 \rightarrow \frac{m_3}{V} > \frac{m_1}{V} \rightarrow m_2 > m_1$

Αν $I = kM\ell^2$ η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της, υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας της ράβδου για την περιστροφή γύρω από το άκρο O:

$$I_O = I_1 + I_2 = \left(km_1 \frac{\ell^2}{4} + m_1 \frac{\ell^2}{16} \right) + \left(km_2 \frac{\ell^2}{4} + m_2 \frac{9\ell^2}{16} \right)$$

$$I_O = \left[m_1 \left(\frac{k}{4} + \frac{1}{16} \right) + m_2 \left(\frac{k}{4} + \frac{9}{16} \right) \right] \cdot \ell^2 \quad (2)$$

Αντίστοιχα για την ροπή αδράνειας για την περιστροφή γύρω από το άκρο A, έχουμε:

$$I_A = \left[m_2 \left(\frac{k}{4} + \frac{1}{16} \right) + m_1 \left(\frac{k}{4} + \frac{9}{16} \right) \right] \cdot \ell^2 \quad (3)$$

Ποια είναι μεγαλύτερη; Με αφαίρεση των (2) και (3) έχουμε:

$$I_O - I_A = \frac{8}{16} (m_2 - m_1) \ell^2 > 0$$

Άρα $I_O > I_A$.

Όσο μεγαλύτερη αδράνεια έχουμε τόσο δυσκολότερα στρέφεται το σώμα. Άρα η ράβδος περιστρέφεται ευκολότερα ως προς το άκρο A.

Από τη σχέση (1) παρατηρούμε ότι η γωνιακή ταχύτητα εξαρτάται μόνο από την ροπή αδράνειας και, μάλιστα είναι αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής της ρίζας, αφού τα υπόλοιπα μεγέθη παραμένουν σταθερά. Άρα η ράβδος αποκτά μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα στην περίπτωση που έχει μικρότερη ροπή αδράνειας δηλαδή όταν στρέφεται γύρω από το άκρο A.