ΘΕΜΑ Γ.

Γ1. Για $x \in (-\infty, 0]$ η f συνεχής ως πολυωνυμική
Για $x \in (0, \frac{3\pi}{2}]$ η f συνεχής ως τριγωνομετρική

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x \to 0^-} f(x) &= \lim_{x \to 0^-} (ax^3 - 3x^2 - x + 1) = 1 \\ \lim_{x \to 0^+} f(x) &= \lim_{x \to 0^+} (\sigma\upsilon\nu x) = 1\end{aligned}\right\} \Rightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = 1 = f(0)$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{ax^3 - 3x^2 - x + \cancel{1} - \cancel{1}}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\cancel{x}(ax^2 - 3x - 1)}{\cancel{x}}$$

$$= -1.$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 0$$

Άρα η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο 0.

Γ2 i). Η f συνεχής στο $[0, \frac{3\pi}{2}]$ αφού η f συνεχής στο $(-\infty, \frac{3\pi}{2}]$

Η f παραγωγίσιμη στο $(0, \frac{3\pi}{2})$ με $f'(x) = -\eta\mu x$.

$f(0) = 1 \neq f(\frac{3\pi}{2}) = 0$

ii) $f'(\xi) = 0 \Leftrightarrow -\eta\mu\xi = 0 \Leftrightarrow \xi = \pi$ αφού $\xi \in (0, \frac{3\pi}{2})$

Γ3 Α.ν.δ.ο. για $x < 0$ η εξίσωση $f'(x) = 0$ δεν έχει ρίζες.

$f'(x) = 3ax^2 - 6x - 1.$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 - 6x - 1 = 0 \quad (1)$

$\Delta = 36 + 12a = 12(3 + a) < 0$

οπότε η (1) είναι αδύνατη.

Γ4

x	$-\infty$		0		π		$\frac{3\pi}{2}$
$f'(x)$: $3\alpha x^2-6x-1$		$-$	0				
$f'(x)$: $-\eta\mu x$				$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

ελάχιστο το $f(\pi)=-1$.

Άρα $f(x)\geq f(\pi)=-1$, $x\in\left(-\infty,\frac{3\pi}{2}\right]$.