

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ1<sup>ο</sup>**

Οι βαθμοί των μαθητών της Γ' Λυκείου στα μαθηματικά γενικής παιδείας είναι από 0 έως 20 χωρισμένοι σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους και φαίνονται στην πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα.

κλάσεις	$x_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
[0,4)			10
[4,8)			
[8,12)			70
[12,16)			90
[16,20)			
Σύνολο			

Έστω η συνάρτηση  $g(x) = 3x^2 + κx - 7$ , όπου  $κ \in R$

Αν γνωρίζουμε ότι το τμήμα του πολυγώνου των σχετικών συχνοτήτων "επί της εκατό" με άκρα τα σημεία  $K(\chi_2, f_2\%)$  και  $L(\chi_3, f_3\%)$  ανήκει στην ευθεία που είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g$  στο σημείο  $M(1, g(1))$

1. i) Να αποδείξετε ότι  $κ = -1$ .  
 ii) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.  
 iii) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$ .
2. i) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.  
 ii) Να βρεθεί η διάμεσος  $\delta$ .  
 iii) Αν  

$$\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i = 2000$$
 να βρεθεί το μέγεθος του  $v$  του δείγματος.

## ΛΥΣΗ

ii) Έχουμε  $g(x) = 3x^2 + κx - 7$ ,  $x \in R$ , οπότε  $g(x) = 6x + κ$ ,  $x \in R$ .

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g$  στο σημείο  $M(1, g(1))$  έχει εξίσωση:

$$(εφ.): y - g(1) = g'(1)(x - 1) \Leftrightarrow y - (κ - 4) = (6 + κ)(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow y - κ + 4 = (6 + κ)x - 6 - κ \Leftrightarrow y = (6 + κ)x - 10$$

$$\text{Είναι } f_1\% = F_1\% = 10, \quad f_4\% = F_4\% - F_3\% = 90 - 70 = 20$$

$$\text{και } f_5\% = F_5\% - F_4\% = 100 - 90 = 10, \quad \text{οπότε:}$$

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% + f_5\% = 100 \Leftrightarrow 10 + f_2\% + f_3\% + 20 + 10 = 100$$

$$\Leftrightarrow f_2\% + f_3\% = 60$$

$$\text{Έστω } f_2\% = \rho, \quad \text{τότε } f_3\% = 60 - \rho \quad \text{και } K(6, \rho), \quad L(10, 60 - \rho)$$

$$\text{Από υπόθεση } K \in (εφ) \Leftrightarrow \rho = (6 + κ) \cdot 6 - 10 \Leftrightarrow \rho = 36 + 6κ - 10$$

$$\Leftrightarrow \rho - 6κ = 26 \quad (1)$$

$$\text{και } L \in (εφ) \Leftrightarrow 60 - \rho = (6 + κ) \cdot 10 - 10 \Leftrightarrow 60 - \rho = 60 + 10κ - 10$$

$$\Leftrightarrow \rho + 10κ = 10 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παίρνουμε  $\rho = 20$  και  $κ = -1$ .

ii) Για  $f_2\% = \rho = 20$  ο πίνακας γίνεται:

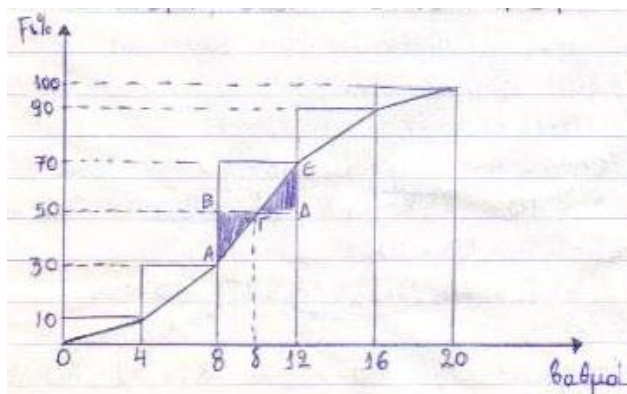
κλάσεις	$x_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
[0,4)	2	10	10
[4,8)	6	20	30
[8,12)	10	40	70
[12,16)	14	20	90
[16,20)	18	10	100
Σύνολο	—	100	—

iii) •

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \sum_{i=1}^5 x_i \cdot f_i = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5 \\ &= 2 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,4 + 14 \cdot 0,2 + 18 \cdot 0,1 \\ &= 0,2 + 1,2 + 4 + 2,8 + 1,8 = 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^5 x_i^2 \cdot v_i - \frac{(\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i)^2}{v} \right\} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 x_i^2 \cdot v_i - \frac{(\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i)^2}{v^2} \\ &= \sum_{i=1}^5 x_i^2 \frac{v_i}{v} - \left( \frac{\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i}{v} \right)^2 = \sum_{i=1}^5 x_i^2 f_i - (\bar{x})^2 \\ &= x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + x_3^2 f_3 + x_4^2 f_4 + x_5^2 f_5 - 10^2 \\ &= 4 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,2 + 100 \cdot 0,4 + 196 \cdot 0,2 + 324 \cdot 0,1 - 100 \\ &= 0,4 + 7,2 + 40 + 39,2 + 32,4 - 100 \\ &= 119,2 - 100 = 19,2 \quad \text{οπότε} \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{19,2}\end{aligned}$$

βi)



ii) Από (i) έχουμε:

Τα τμήματα ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι όμοια, οπότε

$$\frac{AB}{\Delta E} = \frac{B\Gamma}{\Gamma\Delta} \quad (3)$$

Έστω  $B\Gamma = \chi$ , τότε  $\Gamma\Delta = 4 - \chi$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{50-30}{70-50} = \frac{\chi}{4-\chi} \Leftrightarrow 4 - \chi = \chi \Leftrightarrow \chi = 2$$

$$\text{Άρα } \delta = 8+2 \Leftrightarrow \delta = 10$$

iii)

$$\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i = 2000 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{2000}{v} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{2000}{v} \Leftrightarrow 10 = \frac{2000}{v}$$

$$\Leftrightarrow v = 200$$