εκπαιδευτικός οργανισμός

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΘΕΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ

Αν $2\alpha + 36\beta + 9\gamma = 0 \quad (1)$

Να δείξετε ότι $24\beta^2 \geq \alpha\gamma \quad \mu\varepsilon \quad \alpha, \beta, \gamma \in R$

ΛΥΣΗ

Θεωρούμε τη συνάρτηση

$f(x) = \dfrac{\alpha x^3}{9} + 2\beta\chi^2 + \dfrac{\gamma\chi}{2}$ $\textit{που είναι συνεχής στο } [0,1] \textit{ και παραγωγίσιμη στο } (0,1)$

$$f(0) = 0, \quad f(1) = \frac{\alpha}{9} + 2\beta + \frac{\gamma}{2} = 0 \qquad \textit{λόγω της } (1)$$

$\Longrightarrow$ Λόγω θεωρήματος Rolle υπάρχει $\xi \in (0,1)$: $f'(\xi) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{\alpha}{3}\xi^2 + 4\beta\xi + \frac{\gamma}{2} = 0$

Άρα η εξίσωση $\frac{\alpha}{3}\chi^2 + 4\beta\chi + \frac{\gamma}{2} = 0 \quad \textit{θα έχει το } \xi \textit{ ως ρίζα}$

Άρα $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (4\beta)^2 - 4 \cdot \frac{\alpha}{3}\frac{\gamma}{2} \geq 0 \Leftrightarrow$

$16\beta^2 - \frac{2}{3}\alpha\gamma \geq 0 \Leftrightarrow$

$48\beta^2 - 2\alpha\gamma \geq 0 \Leftrightarrow$

$24\beta^2 - \alpha\gamma \geq 0 \Leftrightarrow$

$24\beta^2 \geq \alpha\gamma$

Τηλ./Fax.:210-6219712, Τηλ:210-6218894 www.apolito.gr – e-mail:info@apolito.gr
Λεωφόρος Μαραθώνος & Χρυσοστόμου Σμύρνης 3, 14565 Άγιος Στέφανος