

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

### Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

#### A.

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος(Λ).

Έστω η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  που είναι περιοδική με περίοδο  $T = 10$ .

- i. Αν  $f(3) = 2$  τότε  $f(13) = 2$ .
- ii. Αν  $f(5) = 1$  τότε  $f(-5) = -1$ .
- iii. Αν  $f(7) = 0$  τότε ο 1007 είναι ρίζα της εξίσωσης  $f(x) = 0$ .
- iv. Αν η  $C_f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο 4 θα τον τέμνει και στο -16.
- v. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[3,5]$  τότε στο διάστημα  $[13,15]$  είναι γνησίως φθίνουσα.
- vi. Αν η  $f$  στο διάστημα  $(7,9)$  έχει μέγιστη τιμή το 3 τότε η  $f$  στο διάστημα  $(17,19)$  έχει μέγιστη τιμή το 3.

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος(Λ).

- i. Η εξίσωση  $\eta\mu x = \frac{\pi}{3}$  είναι αδύνατη.
- ii.  $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x \Leftrightarrow \epsilon\phi x = 1$
- iii. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ.
  - a) Αν  $\eta\mu A = \frac{1}{2}$  τότε  $A = 30^\circ$ .
  - b) Αν  $\sigma\upsilon\nu A = \frac{1}{2}$  τότε  $A = 60^\circ$ .
  - c) Αν  $\eta\mu A = \frac{\sqrt{2}}{2}$  τότε  $A = \frac{\pi}{4}$  ή  $A = \frac{3\pi}{4}$ .

17 μονάδες

**B.** Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

i. Αν  $\alpha, \beta, \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  και  $\eta\mu\alpha > \eta\mu\beta$  τότε:

A.  $\alpha = \beta$       B.  $\alpha > \beta$       Γ.  $\alpha < \beta$

ii. Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = \eta\mu \frac{\pi x}{2}$  ισούται με:

A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $4\pi$       Γ. 2      Δ. 4  
B.

iii. Η συνάρτηση  $f(x) = 3 + 2\sigma\upsilon\nu 5x$  έχει μέγιστη τιμή την :

A. 3      B. 5      Γ. 1  
B.

iv. Η συνάρτηση  $f(x) = -2 + 3\sigma\upsilon\nu \frac{x}{3}$  έχει ελάχιστη τιμή την:

A. -2      B. 1      Γ. -5      Δ. -1

8 μονάδες

## **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**A.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

1.  $\eta\mu x = \frac{1}{2}$

2.  $\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} = 0$

3.  $3\varepsilon\varphi^2 x - 1 = 0$

15 μονάδες

### **ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu\frac{x}{3}$ :

A. Να βρείτε τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της  $f$ .

4 μονάδες

B. Να βρείτε την περίοδο  $T$  της  $f$ .

4 μονάδες

Γ. Στο διάστημα  $[0, T]$  όπου  $T$  η περίοδος της  $f$

1. Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της  $f$

5 μονάδες

2. α. να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $f$

5 μονάδες

β. να λύσετε γραφικά :

6 μονάδες

a. Την εξίσωση  $f(x) = 0$

b. Την ανίσωση  $f(x) > 0$

c. Την ανίσωση  $f(x) < 0$

### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

A. Να λύσετε την εξίσωση :

$\eta\mu 2x + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2x = 0$  στο διάστημα  $(-\pi, \pi)$ .

Τηλ./Fax: 210.62.19.712, Τηλ: 210.6218.894 [www.apolito.gr](http://www.apolito.gr) – e-mail: info@apolito.gr

Λεωφόρος Μαραθώνος & Χρυσοστόμου Σμύρνης 3, 14565 ΑΓΙΟΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ

8 μονάδες

B. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = 2 + 3\eta\mu \frac{x}{2}$ .

1. Αν  $0 \leq x \leq 4\pi$  να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της  $f$  και τις τιμές του  $x$  που τις παρουσιάζει.
2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$f(2x) - f\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ  
ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ  
ΜΠΑΤΖΑΚΑΣ ΜΙΧΑΛΗΣ

## **ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

### **ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

#### **A.**

1.

i. Σ

ii. Λ

iii. Σ

iv. Σ

v. Λ

vi. Σ

2.

i. Σ

ii. Σ

iii. a) Λ

b) Σ

c) Σ

#### **B.**

i. Β

ii. Δ

iii. Β

iv. Γ

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

### **A.**

- $\eta\mu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = 2κπ + \frac{\pi}{6} \text{ ή } x = 2κπ + \frac{5\pi}{6} \quad κ \in \mathbb{Z}.$
- $\sigma\upsilon\nu x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = -\sqrt{3}$  αδυνατη αφού  $-1 \leq \sigma\upsilon\nu x \leq 1.$
- $3\varepsilon\varphi^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \varepsilon\varphi^2 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi x = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ή } \varepsilon\varphi x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow$   
 $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \frac{\pi}{6} \text{ ή } \varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = κπ + \frac{\pi}{6} \text{ ή } x = κπ - \frac{\pi}{6} \quad κ \in \mathbb{Z}.$

### **B.**

$$4\eta\mu^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4\sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \left[1 - \sigma\upsilon\nu^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right] +$$

$$4\sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow -4\sigma\upsilon\nu^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4\sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 3 = 0$$

Θέτω  $y = \sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  τότε :

$$-4y^2 + 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow 4y^2 - 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 4} \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{4 + 8}{8} = \frac{3}{2} \text{ ή } y = \frac{4 - 8}{8} = -\frac{1}{2}$$

- $y = \frac{3}{2}$  τότε  $\sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$  αδύνατη.
- $y = -\frac{1}{2}$  τότε  $\sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} =$   
 $2κπ + \frac{2\pi}{3} \text{ ή } x - \frac{\pi}{3} = 2κπ - \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2κπ + \pi \text{ ή } x = 2κπ - \frac{\pi}{3}, \quad κ \in \mathbb{Z}.$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

A. Μέγιστη τιμή: 3                      Ελάχιστη τιμή: -3

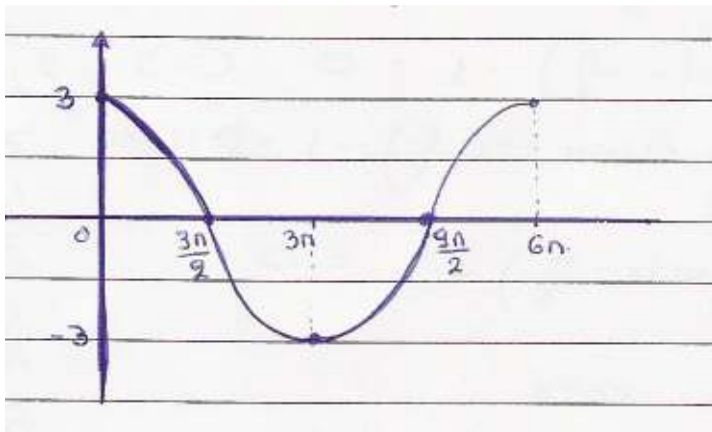
B. Περίοδος  $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$ .

Γ.

1.

x	0	$\frac{3\pi}{2}$	$3\pi$	$\frac{9\pi}{2}$	$6\pi$
f(x)					
		↘	↘	↗	↗
	3	0	-3	0	3

2.α



β. Για  $0 \leq x \leq 6\pi$

a)  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ ή } x = \frac{9\pi}{2}$

b)  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{9\pi}{2}, 6\pi\right]$

c)  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right)$

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

A.

$$\begin{aligned} \eta\mu 2x + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2x = 0 &\Leftrightarrow \eta\mu 2x = -\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2x \Leftrightarrow \frac{\eta\mu 2x}{\sigma\upsilon\nu 2x} = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi 2x \\ &= \varepsilon\varphi\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 2x = \kappa\pi - \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\kappa\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, \quad \kappa \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\pi < x < \pi &\Leftrightarrow -\pi < \frac{\kappa\pi}{2} - \frac{\pi}{6} < \pi \Leftrightarrow -\pi + \frac{\pi}{6} < \frac{\kappa\pi}{2} < \pi + \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{5\pi}{6} < \frac{\kappa\pi}{2} < \frac{7\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow -\frac{5}{3} < \kappa < \frac{7}{3} \Leftrightarrow \kappa = -1, 0, 1, 2 \text{ αφού } \kappa \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

- $\kappa = -1$  τότε  $x = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$
- $\kappa = 0$  τότε  $x = -\frac{\pi}{6}$
- $\kappa = 1$  τότε  $x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$
- $\kappa = 2$  τότε  $x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

B.

1. Για  $0 \leq x < 4\pi$  έχουμε:

- Μέγιστη τιμή:  $2+3=5$  όταν  $\eta\mu \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = \pi$
- Ελάχιστη τιμή:  $2-3=1$  όταν  $\eta\mu \frac{x}{2} = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow x = 3\pi$

$$\begin{aligned} f(2x) - f\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 &\Leftrightarrow 2 + 3\eta\mu \frac{2x}{2} - \left(2 + 3\eta\mu \frac{x - \frac{\pi}{3}}{2}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3\eta\mu x - 3\eta\mu \frac{3x - \pi}{6} = 0 \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu \frac{3x - \pi}{6} \Leftrightarrow \end{aligned}$$



$$x = 2κπ + \frac{3x - \pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = 2κπ + \pi - \frac{3x - \pi}{6} \Leftrightarrow$$

$$6x = 12κπ + 3x - \pi \quad \text{ή} \quad 6x = 12κπ + 6\pi - 3x + \pi$$

$$3x = 12κπ - \pi \quad \text{ή} \quad 9x = 12κπ + 7\pi$$

$$x = 4κπ - \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad x = \frac{4κπ}{3} + \frac{7\pi}{9}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ  
ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ  
ΜΠΑΤΖΑΚΑΣ ΜΙΧΑΛΗΣ