

ΘΕΜΑ Α.

A_1 : Σχολικό βιβλ. 150-151

A_2 : Σχολικό βιβλ. 87

A_3 : Σχολικό βιβλ. 141

A_4 : α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$B_1) \quad f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$		↗	↘	↗

↗ max
↘ min

$$f(2) = \frac{8}{3} - 10 + 12 - 1 = \frac{8}{3} + 1 = \frac{11}{3}$$

$$f(3) = 9 - \frac{45}{2} + 18 - 1 = 26 - \frac{45}{2} = \frac{52 - 45}{2} = \frac{7}{2}$$

$$B_2) \quad f(0) = -1 \quad f'(0) = 6$$

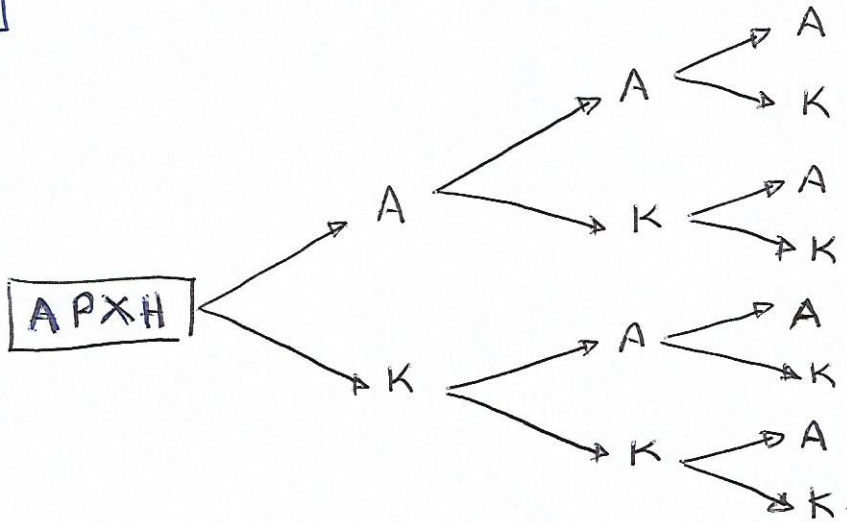
$$y + 1 = 6x \Leftrightarrow y = 6x - 1.$$

$$B_3) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x-6)}{\cancel{x+1}} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-6) = -7.$$

ΘΕΜΑ Γ.

Γ1



$$\Omega = \{AAA, AAK, AK A, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$$

Γ2

$$A = \{KAA, KAK, KKA, KKK\}$$

$$B = \{AKK, KAK, KKA, KKK\}$$

$$\Gamma = \{AAA, AAK, KKA, KKK\}$$

Γ3

$$\alpha). \Delta = A \cap B = \{KAK, KKA, KKK\}$$

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

$$E = A \cup B = \{KAA, AKK, KAK, KKA, KKK\}$$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

$$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$b). H = (A \cup B)'$$

$$P(H) = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\Theta = (A - B) \cup (B - A)$$

$$P(\Theta) = P(A - B) + P(B - A)$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁ Νόο $c=4$.

$$\frac{(8+c)+(8+2c)}{2} = x_2 \Leftrightarrow \frac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow \frac{3c+16}{2} = 14$$

$$\Leftrightarrow 3c+16 = 2 \cdot 14 \Leftrightarrow 3c+16 = 28 \Leftrightarrow 3c = -16+28$$

$$\Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow c = 4$$

Δ₂ • Αν $\bar{x}=14$, $v \propto 0$ $v_4=5$

$$\text{Γιναι } x_1 = \frac{8+(8+4)}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{8+8+4}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{20}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 10$$

$$\text{ητις, } x_3 = x_2 + 4 \Leftrightarrow x_3 = 14+4 \Leftrightarrow x_3 = 18$$

$$\text{και } x_4 = x_3 + 4 \Leftrightarrow x_4 = 18+4 \Leftrightarrow x_4 = 22$$

$$\text{Αρα εγω: } \bar{x} = 14 \Leftrightarrow \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 x_i v_i = 14$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v} = 14$$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot 20 + 14 \cdot 15 + 18 \cdot 18 + 22 \cdot v_4 = 14(45 + v_4)$$

$$\Leftrightarrow 200 + 210 + 180 + 22v_4 = 14 \cdot 45 + 14v_4$$

$$\Leftrightarrow 22v_4 - 14v_4 = -200 - 210 - 180 + 630$$

$$\Leftrightarrow 8v_4 = 40$$

$$\Leftrightarrow v_4 = 5$$

• Πινάκας.

Χρῆμας (66 2500)	x_i	v_i
[8, 12)	10	20
[12, 16)	14	15
[16, 20)	18	10
[20, 24)	22	5
ΣΥΝΟΛΟ	—	$v=50$

Δ₃

Το μῆτρο πλῆθος ἴναι 160 μτ:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{20} + 15 + 10 + 5 = 15 + 15 + 10 + 5 = 45 \text{ υπολογιστῆς}$$

Δ₄

• Ν_αὶ $s=4$.

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \frac{1}{50} \sum_{i=1}^4 (x_i - 14)^2 \cdot v_i = \frac{1}{50} \cdot [(10 - 14)^2 \cdot 20 + (14 - 14)^2 \cdot 15 + \\
 &+ (18 - 14)^2 \cdot 10 + (22 - 14)^2 \cdot 5] = \frac{1}{50} \cdot (16 \cdot 20 + 0 \cdot 15 + 16 \cdot 10 + 64 \cdot 5) \\
 &= \frac{1}{50} (320 + 0 + 160 + 320) = \frac{1}{50} 800 = 16
 \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } s = \sqrt{16} \Rightarrow s = 4.$$

$$CV = \frac{s}{|x|} \Leftrightarrow CV = \frac{4}{14} \Leftrightarrow CV = \frac{2}{7}$$

Γίνεται $CV > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{2}{7} > \frac{1}{10}$, που ισχύει.

Συνεπώς το δείγμα των χρόνων δεν είναι ομοιογενές.

Δ5 Παρατηρούμε ότι το σύνολο των παρατηρήσεων πολλαπλασιάζεται επί $80\% = \frac{80}{100} = 0,8$, οπότε:

$$\bar{x}' = 0,8 \cdot \bar{x}$$

$$\text{και } s' = 0,8 \cdot s \Leftrightarrow s' = 0,8 \cdot s,$$

όπου \bar{x}' και s' η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του νέου δείγματος

Συνεπώς ο νέος συντελεστής μεταβολής

γίνεται:

$$CV' = \frac{s'}{|x'|} \Leftrightarrow CV' = \frac{0,8 \cdot s}{0,8 \cdot \bar{x}} \Leftrightarrow CV' = CV$$

Αντικεινικά (και) το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.