

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

A2. δ

A3. α

A4. δ

A5. $\Lambda, \Sigma, \Lambda, \Sigma, \Lambda$

ΘΕΜΑ Β

B1. $\rightarrow \textcircled{i}$

Το τριγ. $\Sigma K \Lambda$ είναι ορθογώνιο:

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2$$

$$d_2 = \sqrt{(2d_1)^2 + \left(\frac{3d_1}{2}\right)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{4d_1^2 + \frac{9d_1^2}{4}}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{25d_1^2}{4}}$$

$$d_2 = \frac{5d_1}{2}$$

$$\begin{cases} v = \lambda_1 \cdot f_1 \\ v = \lambda_2 \cdot f_2 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \xRightarrow{f_2 = 2f_1}$$

$$\cancel{\lambda_1} \cdot \cancel{f_1} = \lambda_2 \cdot 2 \cdot \cancel{f_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

Το η δάτος του σημείου Σ θα είναι:

$$A_\Sigma = \left| 2A \cos 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda_2} \right|$$

$$A_\Sigma = \left| 2A \cos 2\pi \frac{\frac{4\lambda_1 - 5\lambda_1}{2}}{2 \cdot \frac{\lambda_1}{2}} \right|$$

$$A_\Sigma = \left| 2A \cos 2\pi \frac{-\frac{\lambda_1}{2}}{\lambda_1} \right|$$

$$A_\Sigma = \left| 2A \cos(-\pi) \right|$$

$$A_\Sigma = \left| 2A \cdot (-1) \right|$$

$$\boxed{A_\Sigma = 2A}$$

B2. $\rightarrow$ (iii)

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε :

$$\Delta K = \Sigma W$$

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = W_F \quad (1)$$

$\Sigma \tau_{\epsilon\zeta} = 0$ άρα ισχύει Α.Δ.Σ :

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\text{τελ}}$$

$$m \cdot v_1 \cdot R = m \cdot v_2 \cdot \frac{R}{2}$$

$$v_2 = 2 v_1 \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} W_F = \frac{1}{2} m \cdot 4v_1^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

$$W_F = \frac{3}{2} m \cdot v_1^2 \xrightarrow{v_1 = \omega \cdot R}$$

$$W_F = \frac{3}{2} m \cdot \omega^2 R^2$$

B.3 → (i)

- Από την εξίσωση συνέχειας για τα σημεία Γ & Δ.

$$\Pi_r = \Pi_\Delta \Rightarrow A_r \cdot U_r = A_\Delta \cdot U_\Delta \Rightarrow 2 A_\Delta \cdot U_r = A_\Delta \cdot U_\Delta \Rightarrow$$

$$U_\Delta = 2 U_r \quad (1)$$

- Για την κίνηση από το Δ προς το Κ :

$$- (z_r) = U_\Delta \cdot t \Rightarrow 4h = U_\Delta \cdot t \Rightarrow t = \frac{4h}{U_\Delta}$$

$$- \Delta z = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g \left(\frac{4h}{U_\Delta} \right)^2 \Rightarrow U_\Delta = \sqrt{8gh} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 2U_r = \sqrt{8gh} \Rightarrow 4U_r^2 = 8gh \Rightarrow h = \frac{U_r^2}{2g} \quad (3)$$

- Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Γ και Δ. :

$$P_r + \frac{1}{2} \rho \cdot U_r^2 + 0 = P_\Delta + \frac{1}{2} \rho U_\Delta^2 + \rho \cdot gh \Rightarrow$$

$$P_r - P_\Delta = \frac{1}{2} \rho \cdot U_\Delta^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot U_r^2 + \rho \cdot gh \quad \xRightarrow{(1)}{(3)}$$

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho \cdot 4U_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot U_{\Gamma}^2 + \rho \cdot g \frac{U_{\Gamma}^2}{2g}$$

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{4}{2} \rho \cdot U_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot U_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2} \rho \cdot U_{\Gamma}^2$$

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = 2 \rho \cdot U_{\Gamma}^2$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{50}{2}} \Rightarrow \omega = 5 \text{ r/s}$$

Γ1) $\Delta \ell = A = 0,4 \text{ m}$

- πριν την κρούση το m_1 βρίσκεται στην Θ.Ι :

$$U_1 = U_{\max} = \omega \cdot A \Rightarrow U_1 = 5 \cdot 0,4 \Rightarrow \underline{U_1 = 2 \text{ m/s}}$$

- $\sum F_{\varepsilon\zeta} = 0$ ισχύει Α.Δ.Ο για την κρούση :

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

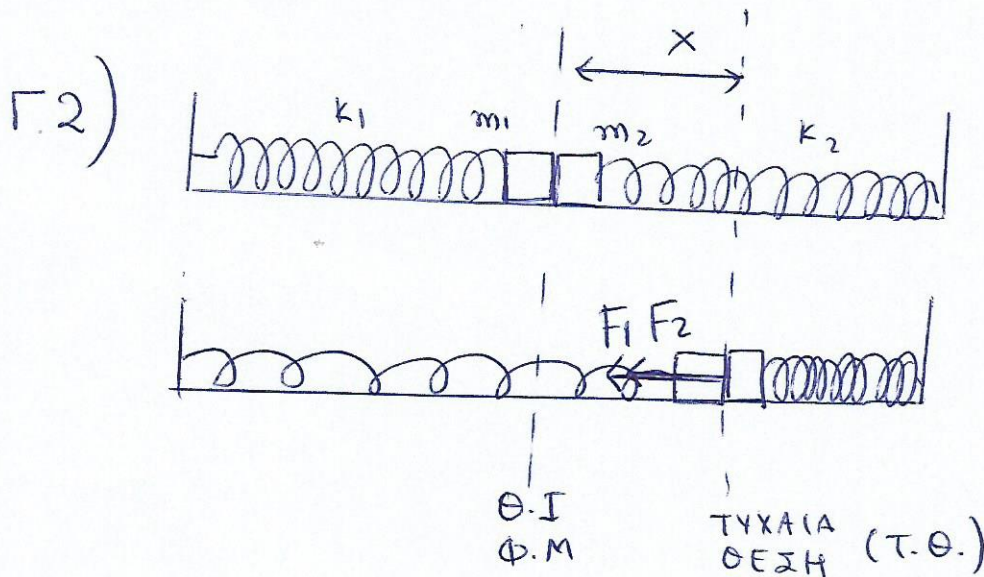
$$m_1 \cdot U_1 = (m_1 + m_2) \cdot U_2$$

$$U_2 = \frac{m_1 \cdot U_1}{m_1 + m_2}$$

$$U_2 = \frac{m_1 \cdot U_1}{2m_1} = \frac{U_1}{2} \Rightarrow \underline{U_2 = 1 \text{ m/s}}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{U_{nx} - U_1}{U_{nx}} \cdot f_s}{\frac{U_{nx} - U_2}{U_{nx}} \cdot f_s} = \frac{U_{nx} - U_1}{U_{nx} - U_2} = \frac{340 - 2}{340 - 1}$$

$$\boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}}$$



Για την Τ.Θ. :

$$\Sigma F = -F_1 - F_2 = -kx - kx \Rightarrow \Sigma F = -2k \cdot x$$

η ΣF είναι της μορφής $\Sigma F = -D \cdot x$

αρα το σύστημα εκτελεί αμνη αρμονική
ταλάντωση με $\boxed{D = 2k}$

$$D = 100 \text{ N/m}$$

Γ3) Για το σύστημα

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{4}{100}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \text{ sec}$$

16xύε $f_A = f_s \Rightarrow \frac{U_{nx} - U}{U_{nx}} \cdot f_s = f_s \Rightarrow$

$$U_{nx} - U = U_{nx} \Rightarrow U = 0$$

η ταχύτητα ταλάντωσης κινείται 1^η φορά στην θετική ακραία θέση ορα

$$\Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{\frac{2\pi}{5}}{4} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\pi}{10} \text{ s}}$$

Γ4) $\left| \frac{dP}{dt} \right|_{\max} = |\Sigma F| = |-D \cdot A'|$

για το σύστημα $U_z = U_{\max} = \omega' \cdot A' \Rightarrow$

$$A' = \frac{U_z}{\omega'} = \frac{1}{5}$$

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}}$$

$$\omega' = 5 \text{ rad/s}$$

ορα $\boxed{\left| \frac{dP}{dt} \right|_{\max} = 20 \text{ N}}$