

3695

ΘΕΜΑ 4

Έστω $\triangle AB\Gamma$ τρίγωνο και τα ύψη του BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις πλευρές $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Δίνεται η ακόλουθη πρόταση:

Π : Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=A\Gamma$, τότε τα ύψη BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.

α) Να εξετάσετε αν ισχύει η πρόταση **Π** αιτιολογώντας την απάντησή σας

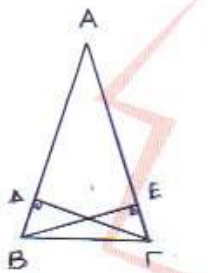
(Μονάδες 10)

β) Να διατυπώσετε την **αντίστροφη** πρόταση της **Π** και να αποδείξετε ότι ισχύει.

(Μονάδες 10)

γ) Να διατυπώσετε την πρόταση **Π** και την **αντίστροφή της** ως ενιαία πρόταση.

(Μονάδες 5)



$$\alpha) \left. \begin{array}{l} \hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{\Gamma} \\ B\Gamma \text{ κοινύ} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{B}\Delta\Gamma = \hat{B}\hat{E}\hat{\Gamma} \text{ οπότε} \\ BE = \Gamma\Delta. \end{array}$$

β). Αν τα ύψη $\Gamma\Delta$ και BE ενός τριγώνου είναι ίσα τότε το $AB\Gamma$ **ισοσκελές** με $AB=A\Gamma$.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ \\ \Gamma\Delta = BE \\ B\Gamma \text{ κοινή} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{B}\Delta\Gamma = \hat{B}\hat{E}\hat{\Gamma} \text{ οπότε} \\ \hat{B} = \hat{\Gamma} \text{ συμ.} \\ AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \end{array}$$

γ) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=A\Gamma$ αν και μόνο αν τα ύψη BE , $\Gamma\Delta$ είναι ίσα.