

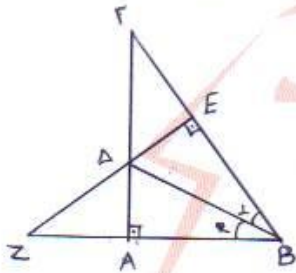
3693

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος του $B\hat{A}$. Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$ και ονομάζουμε Z το σημείο στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
 β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και BEZ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
 γ) Η ευθεία $B\Delta$ είναι μεσοκάθετη των τμημάτων AE και $Z\Gamma$. (Μονάδες 6)
 δ) Το τετράπλευρο $AE\Gamma Z$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)



$$\begin{aligned} \alpha) \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ B\Delta \text{ κοινή} \end{array} \right\} &\Rightarrow \Delta A\Delta B = \Delta B\Delta E \quad \text{οπότε} \\ &AB = BE \text{ δηλ. } \hat{A}BE \text{ ισοσκελές} \\ &\text{και } \Delta E = \Delta A \end{aligned}$$

$$\beta) \left. \begin{array}{l} AB = BE \\ \hat{E} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} \text{ κοινή} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AB\Gamma = \Delta ZBE \quad \text{οπότε} \\ B\Gamma = BZ \end{aligned}$$

$$\delta) \left. \begin{array}{l} \Delta E = \Delta A \\ AB = BE \end{array} \right\} \Rightarrow B\Delta \text{ μεσοκάθετος του } AE$$

Το $\hat{B}Z\Gamma$ ισοσκελές και $B\Delta$ διχοτόμος οπότε και διάμεσος και ύψος δηλ. $B\Delta$ μεσοκάθετος του $Z\Gamma$

$$\delta) \left. \begin{array}{l} AE \parallel Z\Gamma \text{ (αφού είναι κάθετες στω } B\Delta) \\ AZ = BZ - AB \\ E\Gamma = B\Gamma - BE \end{array} \right\} \Rightarrow AZ = E\Gamma$$

Δηλ. $AE\Gamma Z$ ισοσκελές τραπέζιο.