

3691

ΘΕΜΑ 4

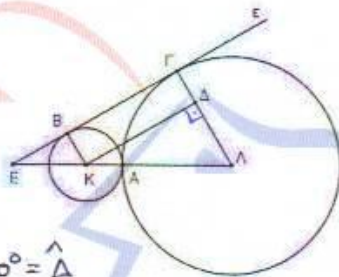
Οι κύκλοι  $(K, \rho)$  και  $(\Lambda, 3\rho)$  εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο  $A$ . Μία ευθεία  $\varepsilon$  εφάπτεται εξωτερικά και στους δύο κύκλους στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα και τέμνει την προέκταση της διακέντρου  $K\Lambda$  στο σημείο  $E$ . Φέρουμε από το σημείο  $K$  παράλληλο τμήμα στην  $\varepsilon$  που τέμνει το τμήμα  $\Lambda\Gamma$  στο  $\Delta$ .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $B\Gamma\Delta K$  είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\Delta K\Lambda$  είναι  $30^\circ$ . (Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι το τμήμα  $E\Lambda = 6\rho$ , όπου  $\rho$  η ακτίνα του κύκλου  $(K, \rho)$ .

(Μονάδες 8)



α)  $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^\circ = \hat{\Delta}$   
οπότε το  $B\Gamma\Delta K$  ορθογώνιο.

β)  $\hat{\Delta} = 90^\circ$   
 $\Delta\Lambda = \Gamma\Lambda - \Gamma\Delta = 3\rho - \rho = 2\rho$   
 $K\Lambda = KA + \Lambda\Lambda = 3\rho + \rho = 4\rho$  }  $\Rightarrow K\Lambda = 2\Delta\Lambda$   
 οπότε  $\hat{\Delta K\Lambda} = 30^\circ$

γ)  $\hat{E} = \hat{\Delta K\Lambda} = 30^\circ$  ως εντός ευτός και επι ταυτά  
 Στο ορθογώνιο  $E\hat{B}K$  έχουμε:  $EK = 2BK = 2\rho$ .  
 $E\Lambda = EK + K\Lambda = 2\rho + 4\rho = 6\rho$ .