

2797

ΘΕΜΑ 4

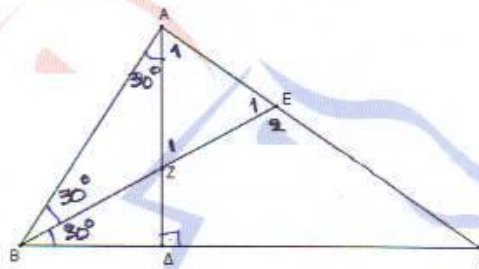
Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A} + \hat{\Gamma} = 2\hat{B}$ και έστω ΑΔ ύψος και ΒΕ διχοτόμος του τριγώνου που τέμνονται στο Ζ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{B} = 60^\circ$ και $AZ = BZ$. (Μονάδες 10)

ii. $A\Delta = \frac{3}{2}BZ$ (Μονάδες 8)

β) Αν είναι γνωστό ότι το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισόπλευρο, να υπολογίσετε τις άλλες γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 7)



$$\alpha) \text{ i) } \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 3\hat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

$$\triangle ABZ: \text{ισοσκελές} \Rightarrow AZ = BZ \quad (\hat{BAZ} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ)$$

$$\text{ii) } \triangle B\Delta Z \text{ αφού } \hat{ZB}\Delta = 30^\circ \Rightarrow Z\Delta = \frac{BZ}{2}$$

$$A\Delta = AZ + Z\Delta = BZ + \frac{BZ}{2} = \frac{3}{2}BZ$$

$$\beta) \text{ Αφού } \triangle AZE: \text{ισόπλευρο } \hat{A}_1 = \hat{E}_1 = \hat{Z}_1 = 60^\circ$$

$$\hat{A} = 90^\circ, \hat{E}_2 = 120^\circ \text{ άρα } \hat{\Gamma} = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ$$