

ΘΕΜΑ 4-5882 (9+4+12)

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 - 4 \\ g(x) = |x-1| + 2 \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}$$

α) $x=1$ ώστε C_f πάνω από τον x -αξονα

$$\begin{aligned} f(x) > 0 &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} > \sqrt{4} \Leftrightarrow |x-1| > 2 \\ &\Leftrightarrow (x-1 < -2 \text{ ή } x-1 > 2) \Leftrightarrow (x < -1 \text{ ή } x > 3) \end{aligned}$$

β) $\mu\delta\acute{o} \forall x \in \mathbb{R}$ C_g πάνω από τον x -αξονα

$$g(x) = |x-1| + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

γ) $\mu\alpha$ βρω τα κοινά στοιχεία των C_f, C_g

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 = |x-1| + 2 \Leftrightarrow |x-1|^2 - 4 = |x-1| + 2 \\ &\Leftrightarrow |x-1|^2 - |x-1| - 6 = 0 \stackrel{|x-1|=y}{\Leftrightarrow} y^2 - y - 6 = 0 \Leftrightarrow (y=3 \text{ ή } y=-2) \\ &\stackrel{|x-1|=y}{\Leftrightarrow} (|x-1|=3 \text{ ή } |x-1|=-2) \Leftrightarrow (x-1=-3 \text{ ή } x-1=3 \text{ ή αδύνατο}) \\ &\Leftrightarrow (x=-2 \text{ ή } x=4) \\ f(-2) &= 5 \rightarrow A(-2, 5) \\ f(4) &= 5 \rightarrow B(4, 5) \end{aligned}$$