1948

α) Πρέπει $\alpha=0 \Leftrightarrow 8-\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=8$

β) Πρέπει $\alpha\neq 0$ και $\Delta=0 \Leftrightarrow \lambda\neq 8$ και

$[-2(\lambda-2)]^2-4\cdot(8-\lambda)=0 \Leftrightarrow 4(\lambda^2-4\lambda+4)-32+4\lambda=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\lambda^2-16\lambda+16-32+4\lambda=0 \Leftrightarrow 4\lambda^2-12\lambda-16=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \lambda^2-3\lambda-4=0$

$\Delta=(-3)^2-4\cdot(-4)=9+16=25>0$

$\lambda_{1,2}=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{25}}{2}=\dfrac{3\pm 5}{2}$ → $\lambda_1=\dfrac{8}{2}=4$, $\lambda_2=-\dfrac{2}{2}=-1$

άρα: $\lambda=4$ ή $\lambda=-1$

γ) Εφόσον η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα τότε, από το β, $\lambda=4$ ή $\lambda=-1$.

Για να είναι το τριώνυμο μη αρνητικό για κάθε x πραγματικό αριθμό, πρέπει επιπλέον:

$\alpha>0 \Leftrightarrow 8-\lambda>0 \Leftrightarrow 8>\lambda$

άρα, εφόσον $8>4$ και $8>-1$ οι τιμές του λ είναι: $\lambda=4$ και $\lambda=-1$